

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.09 Математический анализ

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

01.03.02.31 Математическое моделирование и вычислительная
математика

Форма обучения

очная

Год набора

2023

Красноярск 2023

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

к.ф.-м.н., доцент, Фроленков И.В.

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Целью курса является формирование у студентов ключевых компетенций (общекультурных, общепрофессиональных, профессиональных) через овладения современным аппаратом математического анализа, т.е. обучение студентов фундаментальным методам исследования переменных величин посредством анализа бесконечно малых, основу которого составляет теория дифференциального и интегрального исчисления.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения математического анализа являются:

а) рассмотрение элементов теории множеств, вещественных чисел, понятий функции и ее графика, изучение пределов последовательности и функции, непрерывности функции;

б) введение понятия производной и дифференциала функции, изучение их свойств и проведение полного исследования функций с помощью производных, рассмотрение обратной операции - интегрирования;

в) введение определенного интеграла Римана и изучение его свойств, определение и изучение несобственного интеграла, приложение определенного интеграла к вычислению площадей, объемов, длины кривой, площади поверхности и нахождению различных механических и физических величин;

г) рассмотрение понятия сходящегося ряда и суммы ряда, исследование рядов на сходимость и абсолютную сходимость, используя различные признаки. На этой основе изучение функциональных последовательностей и рядов, их равномерной сходимости и ее свойств, изучение степенных рядов и рядов Фурье;

д) рассмотрение понятия предела, непрерывности функций многих переменных, частных производных и дифференцируемости, приложения дифференциального исчисления к нахождению экстремумов, неявным и обратным функциям, условному экстремуму;

е) введение измеримых по Жордану множеств, внешней и внутренней мер Жордана, изучение классов измеримых множеств. Построение кратного интеграла Римана, интегральных сумм, сумм Дарбу, изучение критериев интегрируемости, свойств интеграла Римана, интегрируемости непрерывных функций, теоремы Фубини о сведении кратного интеграла к повторному, замене переменных в кратном интеграле. Построение несобственного кратного интеграла Римана по неограниченному множеству и от неограниченной функции, получение его свойств, доказательству признаков сходимости;

ж) изучение собственных и несобственных интегралов, зависящих от параметра, равномерной сходимости. Рассмотрение приложений данной теории к нахождению различных несобственных интегралов, интегралам Эйлера и интегралу Фурье;

з) рассмотрение понятия криволинейного интеграла первого и второго рода, связи между ними. Введение понятие внешней дифференциальной

формы и кусочно-гладкой поверхности. Определение интеграла от дифференциальной формы по цепи и рассмотрение его свойств. Получение основные интегральных формул: абстрактной формулы Стокса, формул Грина, Остроградского, классической формулы Стокса. Изучение элементов векторного анализа (теории поля);

и) обобщенная функция, как линейный и непрерывный функционал; сходимость обобщенных функций, производная обобщенной функции и ее преобразование Фурье.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	
ОПК-1.1: Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	<p>знать основные определения математического анализа, свойства основных объектов математического анализа (предел, производная, интеграл, ряд и т.п), формулировки и доказательства фундаментальных теорем математического анализа</p> <p>уметь проводить доказательства теорем, исследовать сходимость числовых и функциональных последовательностей и рядов, уметь вычислять предел, производную. интеграл, применять аппарат математического анализа для решения прикладных задач (физики, экономики и т.п.)</p> <p>владеть методами исследования сходимости интегралов, рядов, последовательностей, методами доказательств теорем</p>
ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	<p>знать различные методы решения задач математического анализа</p> <p>уметь выбирать адекватный метод для решения конкретной задачи математического анализа</p>

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр			
		1	2	3	4
Контактная работа с преподавателем:	15,5 (558)				
занятия лекционного типа	6,83 (246)				
практические занятия	8,67 (312)				
Самостоятельная работа обучающихся:	4,5 (162)				
курсовое проектирование (КП)	Нет				
курсовая работа (КР)	Нет				
Промежуточная аттестация (Экзамен)	4 (144)				

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п		Модули, темы (разделы) дисциплины		Контактная работа, ак. час.							
				Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
						Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
				Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Введение в анализ											
		1. Элементы теории множеств		2							
		2. Натуральные числа, индукция, бином Ньютона		2							
		3. Аксиоматика множества вещественных чисел		2							
		4. Ограниченные множества. Теорема о верхней грани. Принцип Архимеда.		2							
		5. Три принципа математического анализа: принцип Кантора о вложенных отрезках, принцип Больцано-Вейерштрасса, принцип Бореля-Лебега о покрытии.		2							
		6. Понятие функции. График функции. Обзор элементарных функций.		2							
		7. Последовательности. Предел последовательности и его свойства.		2							

8. Теоремы о существовании предела последовательности: критерий Коши, теорема Вейерштрасса о существовании предела монотонной последовательности.	2							
9. Подпоследовательности. Частичный предел последовательности. Верхний и нижний пределы.	2							
10. Предел функции. Теоремы о пределе функции.	2							
11. Непрерывность функции. Локальные свойства непрерывных функций.	2							
12. Точки разрыва. Разрывы монотонной функции.	2							
13. Глобальные свойства непрерывных функций: теоремы Вейерштрасса о непрерывных функциях, заданных на отрезке, теорема Больцано-Коши о промежуточном значении.	2							
14. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.	2							
15. Асимптотическое поведение функций. O-символика.	2							
16. Полная математическая индукция. Бином Ньютона. Неравенства.			4					
17. Вещественные числа			2					
18. Функции. Графики элементарных функций			2					
19. Предел числовой последовательности. (определение, техника вычисления)			4					
20. Предел числовой последовательности (критерий Коши, монотонные последовательности).			4					
21. Частичные пределы, верхний, нижний пределы последовательности.			4					

22. Предел функции (определение, техника вычисления, теоремы существования).			4					
23. Непрерывность функции.			4					
24. Точки разрыва функции.			2					
25. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора			2					
26. Контрольная работа			2					
2. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одного переменного								
1. Производная функции. Дифференцируемость функции.	2							
2. Касательная. Геометрический смысл производной.	2							
3. Производные суммы, произведения и частного двух функций.	2							
4. Производные сложной и обратной функций. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.	2							
5. Производные и дифференциалы высших порядков.	2							
6. Теорема Ферма. Теорема Ролля	2							
7. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.	2							
8. Правило Лопиталя.	2							
9. Формула Тейлора.	2							
10. Формулы Тейлора для элементарных функций.	2							
11. Условия монотонности функции.	2							
12. Достаточные условия существования экстремума функции.	2							
13. Условия выпуклости функции. Точки перегиба.	2							

14. Асимптоты. Построение графика функции одной переменной.	2							
15. Неопределенный интеграл и его свойства.	2							
16. Основные методы интегрирования (замена переменной, внесение под знак дифференциала, формула интегрирования по частям).	2							
17. Интегрирование рациональных функций.	2							
18. Интегрирование иррациональных функций.	2							
19. Интегрирование тригонометрических функций.	2							
20. Интегрирование трансцендентных функций.	2							
21. Интегрирование различных функций.	2							
22. Производная (определение и свойства)			2					
23. Правила вычисления производных.			2					
24. Производная сложной функции.			2					
25. Производная функции, заданной явно и параметрически			2					
26. Дифференциал функции			2					
27. Геометрический смысл производной			2					
28. Производные высших порядков			2					
29. Дифференциалы высших порядков			2					
30. Формула Тейлора			4					
31. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши и их приложения			2					
32. Правило Лопиталя.			2					
33. Участки монотонности функции. Точки экстремума.			2					
34. Задачи на экстремум			4					
35. Участки выпуклости и вогнутости. Точки перегиба			2					

36. Асимптоты графика функции			2					
37. Построение графиков функций, заданных явно.			4					
38. Построение графиков функций, заданных параметрически.			2					
39. Контрольная работа			2					
40. Неопределенный интеграл и его свойства.			2					
41. Неопределенный интеграл. (методы интегрирования: замена переменных, внесение под знак дифференциала, формула интегрирования по частям).			2					
42. Построение графиков функций							28	
3. Определенный интеграл Римана								
1. Определенный интеграл. Необходимое условие интегрируемости.	2							
2. Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерий интегрируемости	2							
3. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.	2							
4. Свойства определенного интеграла. Первая теорема о среднем.	2							
5. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.	2							
6. Функции ограниченной вариации. Интеграл Стильтьеса	2							
7. Площадь плоской фигуры. Мера Жордана.	2							
8. Спрямоугольные и гладкие кривые. Длина кривой.	2							
9. Объем тела и его вычисление.	2							
10. Площадь поверхности вращения.	2							

11. Статические моменты, моменты инерции.	2							
12. Несобственный интеграл и его свойства. Признаки сходимости.	4							
13. Интегрирование рациональных функций			4					
14. Интегрирование иррациональных функций.			2					
15. Интегрирование тригонометрических функций.			2					
16. Определенный интеграл. Формула Ньютона - Лейбница.			4					
17. Определенный интеграл. Формула замены переменных.			4					
18. Нахождение площадей плоских фигур.			2					
19. Нахождение длин кусочно гладких кривых			2					
20. Нахождение объемов.			2					
21. Вычисление площади поверхности.			2					
22. Механические приложения определенного интеграла			4					
23. Несобственный интеграл. Признаки сходимости.			4					
24. Контрольная работа			2					
25. Методы интегрирования							16	
4. Числовые и функциональные ряды								
1. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда.	2							
2. Необходимый признак сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда	2							
3. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.	2							

4. Признаки сходимости рядов с положительными членами (Даламбера, Коши, интегральный признак Коши).	2							
5. Абсолютная сходимость числового ряда. Достаточные признаки абсолютной сходимости числового ряда.	2							
6. Условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.	2							
7. Перестановки членов ряда. Теорема Римана.	2							
8. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости.	2							
9. Равномерная сходимости функциональных рядов и последовательностей. Признаки равномерной сходимости.	2							
10. Предельный переход для функциональной последовательности.	2							
11. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы функционального ряда.	2							
12. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Первая теорема Абеля.	2							
13. Свойства суммы степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Вторая теорема Абеля.	2							
14. Аналитические функции. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.	2							
15. Теорема Вейрштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.	2							
16. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Коэффициенты Фурье.	2							
17. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.	2							

18. Тригонометрическая система функций. Ядра Дирихле и Фейеры.	4							
19. Теоремы локализации. Сходимость ряда Фурье для гладких функций.	2							
20. Полнота и замкнутость системы функций.	2							
21. Числовые ряды. Сумму ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда.			2					
22. Критерий Коши сходимости числовых рядов.			2					
23. Ряды с неотрицательными членами. Признак сравнения, Коши, Даламбера.			2					
24. Абсолютная сходимость рядов. Достаточные условия абсолютной сходимости.			2					
25. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.			2					
26. Условно сходящиеся ряды. Признаки Абеля, Дирихле			2					
27. Функциональные последовательности и ряды.			4					
28. Равномерная сходимость функциональных рядов.			2					
29. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.			2					
30. Предельный переход под знаком функциональной последовательности.			2					
31. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость предельной функции функциональной последовательности.			4					
32. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.			2					
33. Степенные ряда. Радиус, интервал сходимости.			4					

34. Разложение функции в степенные ряда. Ряд Тейлора			4					
35. Ряды Фурье. Разложение функции в ряд Фурье.			4					
36. Контрольная работа			2					
37. Числовые и функциональные ряды							20	
5. Дифференциальное исчисление функций многих переменных								
1. Евклидово многомерное пространство. Топология евклидова пространства.	2							
2. Предел функции многих переменных.	2							
3. Непрерывность функции многих переменных	2							
4. Свойства непрерывных функций. Равномерная непрерывность.	2							
5. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных (существование производных, достаточные условия дифференцируемости)	2							
6. Производная по направлению. Градиент.	2							
7. Теоремы о среднем	2							
8. Производные и дифференциалы высших порядков.	4							
9. Формула Тейлора.	4							
10. Экстремумы функций многих переменных.	2							
11. неявная функция. Производная функции, заданной неявно.	2							
12. Теорема о системе функций, заданных неявно.	2							
13. Дифференцируемые отображения. Теорема об обратном отображении.	2							
14. Замена переменных в выражении содержащем производные.	2							
15. Зависимость функций.	2							

16. Условный экстремум функции многих переменных. Теорема Лагранжа.	4							
17. Виды множеств в многомерном евклидовом пространстве.			2					
18. Предел функции многих переменных			4					
19. Непрерывность функции многих переменных.			2					
20. Равномерная непрерывность функции многих переменных.			2					
21. Частные производные функции многих переменных.			2					
22. Дифференциал функции многих переменных. Достаточные условия дифференцируемости функции многих переменных.			4					
23. Производная по направлению. Градиент. Геометрическое приложение.			2					
24. Частные производные высших порядков.			2					
25. Дифференциалы высших порядков.			2					
26. Формула Тейлора.			4					
27. Экстремумы функции многих переменных.			4					
28. Производная функции, заданной неявно.			2					
29. Замена переменных в выражении содержащем производные.			2					
30. Условные экстремумы функции многих переменных.			4					
31. Задачи на нахождение наибольших и наименьших значений величин.			2					
32. Контрольная работа.			2					
33. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных							12	

6. Кратный интеграл Римана.								
1. Мера Жордана.	2							
2. Классы измеримых по Жордану множеств.	2							
3. Кратный интеграл Римана.	2							
4. Нижние и верхние суммы Дарбу. Критерии интегрируемости.	2							
5. Классы интегрируемых функций.	2							
6. Свойства кратного интеграла.	2							
7. Теорема Фубини на плоскости.	2							
8. Теорема Фубини в многомерном пространстве.	2							
9. Криволинейные координаты (полярные, цилиндрические, сферические). Площадь в криволинейных координатах.	2							
10. Замена переменных в кратном интеграле.	2							
11. Приложения кратного интеграла.	4							
12. Несобственный интеграл. Основное свойство несобственного кратного интеграла.	2							
13. Замена переменных в несобственном интеграле. Главное значение несобственного кратного интеграла.	2							
14. Интегральные суммы.			4					
15. Сведение двойного интеграла к повторному.			4					
16. Сведение тройного интеграла к повторному.			4					
17. Замена переменных в двойном интеграле.			4					
18. Замена переменных в тройном интеграле.			4					
19. Вычисление площадей плоских фигур.			4					
20. Вычисление площадей поверхностей.			4					

21. Вычисление объемов.			4					
22. Несобственный кратный интеграл.			4					
23. Контрольная работа.			2					
24. Интегральное исчислении функций нескольких переменных							16	
7. Интегралы, зависящие от параметра.								
1. Самостоятельная работа							20	
2. Собственные интегралы, зависящие от параметра	2							
3. Свойства собственного интеграла, зависящего от параметра (непрерывность, интегрируемость).	2							
4. Дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.	2							
5. Несобственный интеграл, зависящий от параметра. Равномерная сходимость.	2							
6. Свойства несобственного интеграла, зависящего от параметра (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).	2							
7. Интегралы Эйлера	2							
8. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.	2							
9. Собственные интегралы, зависящие от параметра			6					
10. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.			6					
11. Свойства несобственных интегралов, зависящих от параметра (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость).			6					
12. Эйлеровы интегралы			4					
13. Интеграл Фурье. преобразование Фурье.			6					

8. Криволинейные и поверхностные интегралы. Теория поля.								
1. Криволинейные интегралы первого рода.	2							
2. Криволинейные интегралы второго рода.	2							
3. Формула Грина. Теорема о независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.	2							
4. Гладкие поверхности и их ориентация.	2							
5. Поверхностный интеграл первого рода.	2							
6. Поверхностный интеграл второго рода.	2							
7. Формула Гаусса - Остроградского.	2							
8. Формула Стокса.	2							
9. Векторные и скалярные поля. Оператор Гамильтона и его свойства.	2							
10. Дивергенция. Поток векторного поля через поверхность.	2							
11. Циркуляция векторного поля. Ротор.	2							
12. Потенциальные и соленоидальные поля.	2							
13. Дифференциальные операции второго порядка.	2							
14. Криволинейные интегралы первого и второго рода			6					
15. Формула Грина			4					
16. Поверхностный интеграл первого рода			6					
17. Поверхностный интеграл второго рода			6					
18. Формула Гаусса-Остроградского			4					
19. Формула Стокса			4					
20. Теория поля. Дифференциальные операции первого порядка.			4					

21. Интегральные характеристики векторного поля (поток, циркуляция).			4					
22. Потенциальные и соленоидальные поля			4					
23. Дифференциальные операции второго порядка			4					
24. Контрольная работа			2					
25. Самостоятельная работа							50	
Всего	246		312				162	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И., Кудрявцев Л. Д. Сборник задач по математическому анализу: Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: учебное пособие(Москва: Физматлит).
2. Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И. Сборник задач по математическому анализу: Т. 2. Интегралы. Ряды: учебное пособие : учебное пособие(Москва: ФИЗМАТЛИТ).
3. Кытманов А. М., Лейнартас Е. К., Лукин В. Н., Ходос О. В., Черепанова О. Н., Шипина Т. Н., Кытманов А. М. Математический анализ: учебное пособие для бакалавров(Москва: Юрайт).
4. Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных: учеб. пособие для вузов(СПб.: Техническая книга).
5. Бутузов В. Ф., Крутицкая Н. Ч., Медведев Г. Н., Шишкин А. А., Бутузов В. Ф. Математический анализ в вопросах и задачах. Функции нескольких переменных: учебное пособие для вузов(Москва: Высшая школа).
6. Никольский С. М. Курс математического анализа: учебник для вузов (Москва: Физматлит).
7. Зорич В. А. Математический анализ: Часть 1: учебник для студентов математических и физико-математических факультетов и специальностей вузов(Москва: Московский Центр непрерывного математического образования (МЦНМО)).
8. Копылова В. Г., Кригер Е. Н., Кузоватов В. И., Мышкина Е. К., Романенко Г. В. Математический анализ. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: учебно-методическое пособие для самостоятельной работы [для студентов напр. 01.03.01 «Математика», 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»](Красноярск: СФУ).
9. Лейнартас Е. К., Лукин В. Н., Черепанова О. Н., Шипина Т. Н., Дуракова В. К., Лазарева Н. Н. Дополнительные главы математического анализа: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины(Красноярск: СФУ).
10. Дуракова В. К., Кытманов А. М., Осокина И. В. Задачи по математическому анализу. Применение производных к исследованию функций: методическая разработка(Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).
11. Дуракова В. К., Лазарева Н. Н. Задачи по математическому анализу: Часть 1: методическая разработка : семестр 2(Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).
12. Дуракова В. К., Лазарева Н. Н. Задачи по математическому анализу: Часть 2: методическая разработка : семестр 2(Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. не требуется

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. не требуется

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования. Специальные помещения должны быть укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа могут использоваться наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие примерным программам дисциплин (модулей), рабочим учебным программам дисциплин (модулей).